

# 分形结构的演化显示

贺欣

魏晓鹏

(大连理工大学机械系,大连 116023) (大连理工大学科研处,大连 116023)

**摘要** 在分析了分形结构在三维空间的动态形成过程的基础上,提出了在屏幕空间演化生成分形图象的方法。该方法充分利用了已有的可视化技术来达到所需的真实感效果。

**关键词** 分形,初始元,生成元,区域映射。

## 1 引言

分形造型的实质是构造一个迭代函数系(IFS)来模拟景物对象的外观细节。目前,对IFS的可视化的研究已成为分形理论中的前沿性课题。

本文介绍的方法为可视化三维分形结构提供了全新的思路,该方法可在屏幕上生成具有真实感的分维图象,通过在目标空间里的预处理过程,得到反映在屏空间上的图象的演化规律,以此得到任意分辨率下的分形图象。

## 2 对分形结构形成及显示过程的分析

分形结构的可视化过程与其它可视化过程一样,是采用一定的算法来模拟目标空间里的对象在光作用下的视觉效果,并将其映射到屏幕上的过程。表示如下:初始元: $A$ ;生成元: $F$ ;可视化算法所代表的映射: $S$ 。

可视化过程:

$$S(A) \xrightarrow{F} S(F(A)) \xrightarrow{F} S(F(F(A))) \xrightarrow{F} \dots S(R)$$

$S(R)$ 是最终的分维结构可视化结果。

## 2 分形结构的演化显示

### 2.1 基本算法

通过上面一般化的可视化过程分析可见,如将

对初始元每次迭代的结果映射到屏幕上的图象记录下来,会得到一组二维屏空间的图象序列: $S(A), S(F(A)) \dots$ ,该序列收敛于 $S(R)$ ,如果能找出这些二维图象序列的演化规律,就可以比较容易地逐步逼近 $S(R)$ 。在此以三维Sierpinski垫为例说明:

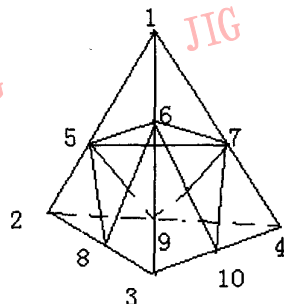


图1 一次迭代后的投影 $S(F(A))$

Fig. 1 The projection  $S(F(A))$  after the first iteration

Sierpinski垫的生成元是一个由缩放和平移构成的仿射变换矩阵 $F$ ,将初始元四面体 $A$ 透视投影得到 $S(A)$ ,接着再求出 $S(F(A))$ 。对该垫的可视化过程描述如下:

(1)找出在初始元四面体中所有经过一次迭代后可能出现新的可见面投影,在此分别是过2,3,4点的 $S_1$ ,过1,3,4点的 $S_2$ ,过1,2,3点的 $S_3$ 。

(2)分别找出 $S_1, S_2$ 和 $S_3$ 经一次迭代后的投影 $S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{14}; S_{21}, S_{22}, S_{23}, S_{24}; S_{31}, S_{32}, S_{33}, S_{34}$ 。这里 $S_{11}$ 为过5,6,7点的三角形, $S_{12}, S_{13}, S_{14}$ 分别是底部的3个完全不可见的三角形。求出 $S_1$ 到 $S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{14}$ 的仿射变换,对

S2 和 S3 也做类似操作。分别确定 S1, S2, S3 的灰度值,以 S1, S2 和 S3 的灰度值作为这个迭代分支里所有可见面的灰度。根据深度关系确定出可见面的绘制次序。经过上面操作可以得到可视化分形结构所需的全部信息,其中包括,一组仿射变换集,灰度值 L1, L2 和 L3, 另外,还有绘制次序: S11→S24→S34, 其它任意。

(3) 由于组成原始初始元的各部分在屏幕上的投影与对初始元进行一次迭代后在屏幕上的投影,在外形上满足一定仿射变换关系,而且各部分的投影在绘制时是有次序的,当将对初始元的迭代过程进行下去时,仿射变换及绘制次序是不变的,只是这些变换及次序规律是作用在更小的尺度范围内。因此,利用上一步提供的信息可生成任意分辨率下的分形结构的屏幕显示。

### 2.2 算法在真实感分维图形显示上的使用

为生成更为真实的图形,必须扩展该算法的使用范围,在此仍以三维 Sierpinski 垫为例说明。

首先生成原始初始元在光照条件下的屏幕显示,如采用光线追踪法,然后对原始初始元进行一次迭代,在同样的光照条件下,采用同样算法生成另一幅图形。在得到了两幅真实感图形之后找出其明显匹配的区域。如下图:

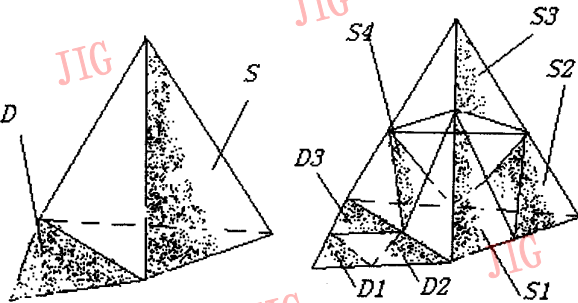


图 2  
Fig. 2

在上例中有两类匹配区域:阴影匹配区域,如 D 与 D1;初始元匹配区域,如 S 与 S1,可以按某种采样方式求出两类匹配区域的区域映射,如大区域按小区域的大小采样,求出相应的区域映射。它包括了区

域的位置、采样方式、缩放比、亮度比和对比度比。作为像素块的两个区域的相似程度,在经采样之后,可用像素块中像素值差的均方值来表示,如用 sum 表示像素块的像素个数, P<sub>1i</sub> 和 P<sub>2i</sub> 表示两像素块对应的像素值 (i=0, 1...sum-1), 则:

$$E = \left[ \sum_{i=0}^{sum-1} (P_{1i} - P_{2i})^2 \right] / sum$$

通过改变区域的亮度和对比度,可使 E 最小化,通过计算 E 对亮度 c 和对比度 b 的偏微分并设其值为零可以求出 c 和 b:

$$E = \left[ \sum_{i=0}^{sum-1} (c \times P_{1i} + b - P_{2i})^2 \right] / sum$$

$$c = \frac{\left( \sum_{i=0}^{sum-1} (P_{1i} \times P_{2i}) \right) - \left( \sum_{i=0}^{sum-1} P_{1i} \right) \times \left( \sum_{i=0}^{sum-1} P_{2i} \right)}{sum^2 \times \left( \sum_{i=0}^{sum-1} P_{1i}^2 \right) - \left( \sum_{i=0}^{sum-1} P_{2i} \right)^2}$$

$$b = \frac{1}{sum} \times \left( \sum_{i=0}^{sum-1} P_{2i} - c \times \sum_{i=0}^{sum-1} P_{1i} \right)$$

算法的其它方面与前一个例子相同。

### 3 结论

本文介绍的方法也可看作是分形图象数据压缩方法,它不同于近年来使用的分形压缩技术(由 Michael Barnsley 提出),它不必扫描整幅图象,匹配区域的确定充分利用了对象在目标空间的位置关系及深度信息。

本文介绍的方法存在有待完善的地方,即如何有效地确定匹配的区域,另外如何去掉对最终图象影响不大的匹配区域,如某些阴影面的匹配区域,也是一个值得研究的问题。

### 参考文献

- 1 Hart John C, Sandin Daniel J, Kauffman Louis H. Ray Tracing Deterministic 3-D Fractals SIGGRAPH'89 Boston, 1989. 7-31~8-4.
- 2 Alan Norton Generation and Display of Geometric Fractals in 3-D Computer Graphics, 1982. 7.
- 3 Finlay Mark, Blanton Keith A. Real-world Fractals, M & T Publishing.



贺欣,毕业于大连理工大学,1997年获工程图学专业硕士学位。主要研究领域包括计算机图形学中的逼真显示技术和分维造型技术等。

## Display of Fractal Structure with Evolution

He Xin

(Mechanical Department, Dalian Science & Engineering University, Dalian 116023)

Wei Xiaopeng

(Scientific Research Section, Dalian Science & Engineering University, Dalian 116023)

**Abstract** A new method for visualizing fractals in 3-D is put forward in this article. The image is generated in evolutionary manner and, by utilizing existing techniques for visualizing traditional geometric object, the realistic effects in display can be obtained.

**Keywords** Fractal, Initiator, Generator, Region mapping

(上接 511 页)

## A Method for 3D Reconstruction of Fundus Images

Fu Xiaoye, Tian Jingcheng, Pang Yunjie

(The Computer Department of JiLin University, ChangChun 130023)

**Abstract** This paper combines the methods of image process with the methods of rendering realistic pictures and puts forward a new method for 3D reconstruction of fundus images. It emphatically expounds how to get 3D information from 2D fundus images and how to realize 3D reconstruction of fundus by realistic rendering technology.

**Keywords** Fundus image, Reconstruction in 3D, Realistic rendering